

# LEGGI di KEPLERO



e moto dei pianeti



# Finalità

Il percorso didattico proposto “**Le leggi di Keplero e il moto dei pianeti**” è finalizzato ad evidenziare le connessioni interdisciplinari tra Astronomia-Fisica e Matematica

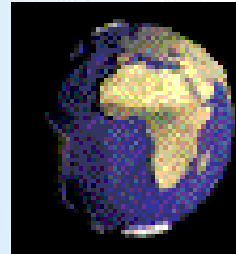
Gli **obiettivi** che si intendono conseguire sono:

Conoscenze	Competenze/Capacità	Contenuti
<ol style="list-style-type: none"><li>1. Conoscere i moti dei pianeti</li><li>2. Conoscere il contesto storico dell'astronomo Keplero</li><li>3. Conoscere le leggi di Keplero</li><li>4. Saper definire un'ellisse</li><li>5. Conoscere gli elementi caratterizzanti di un'ellisse</li><li>6. Conoscere gli elementi orbitali di un pianeta</li><li>7. Conoscere “i limiti” delle leggi di Keplero</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Saper determinare l'equazione di un'ellisse</li><li>2. Saper rappresentare l'ellisse nel piano cartesiano</li><li>3. Saper cogliere la “relatività” delle teorie scientifiche</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. I moti dei pianeti</li><li>2. Keplero</li><li>3. Le leggi di Keplero</li><li>4. L'ellisse: equazione e rappresentazione grafica.</li><li>5. Concetto di orbita planetaria</li><li>6. Gli elementi orbitali</li><li>7. Legge di gravitazione universale.</li></ol>

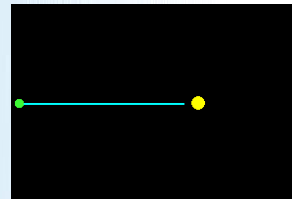
# Moti dei pianeti

I pianeti sono dotati di tre principali **moti**:

1. moto di **rotazione**  
intorno al proprio asse



2. moto di **rivoluzione**  
intorno al Sole



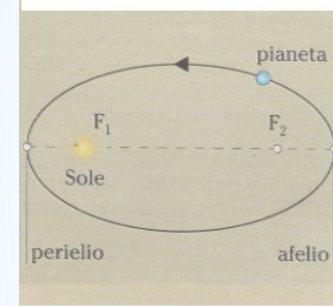
Il moto di rivoluzione è compiuto secondo tre leggi fondamentali, scoperte e enunciate all'inizio del Seicento dall'astronomo tedesco **Johannes Kepler**, noto in Italia con il nome di [Keplero](#)

3. moto di **traslazione**  
con il Sole verso la costellazione di Ercole.

# PRIMA LEGGE di KEPLERO

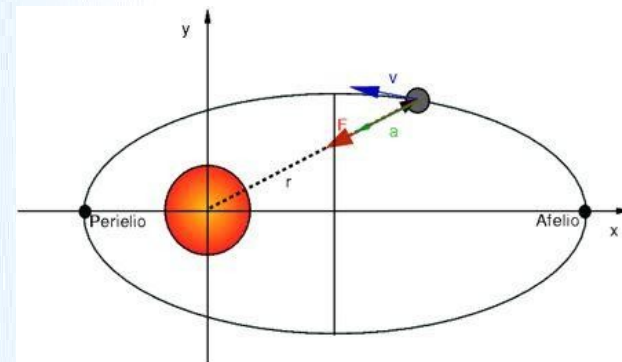
La PRIMA LEGGE riguarda la forma dell'orbita:

-L'**orbita** descritta da ogni pianeta nel suo moto di rivoluzione è un' **ellisse**, di cui il Sole occupa uno dei due fuochi.



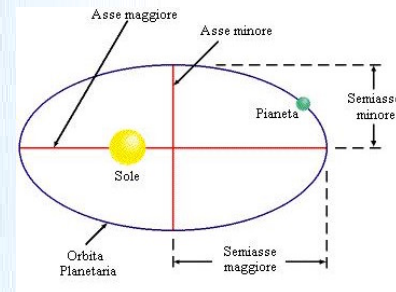
## Osservazioni:

La distanza del pianeta dal sole non è costante: il punto in cui il pianeta raggiunge la massima distanza dal sole si chiama **afelio**, mentre il punto di minima distanza viene detto **perielio**

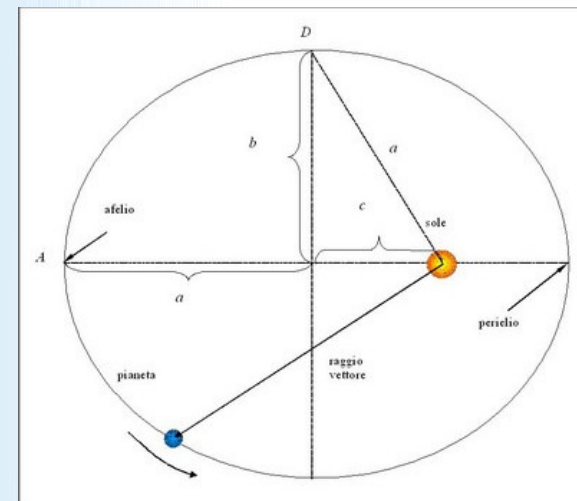
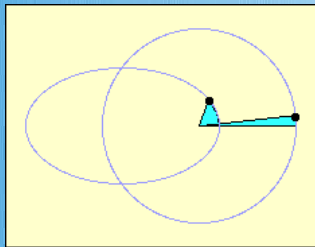


# OSSERVAZIONI

- L'asse maggiore dell'orbita è detta **linea degli apsidi** e il segmento che collega il Sole al pianeta sulla sua orbita, è detto **raggio vettore del pianeta**.



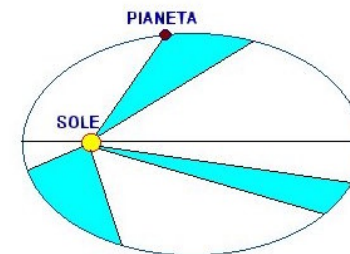
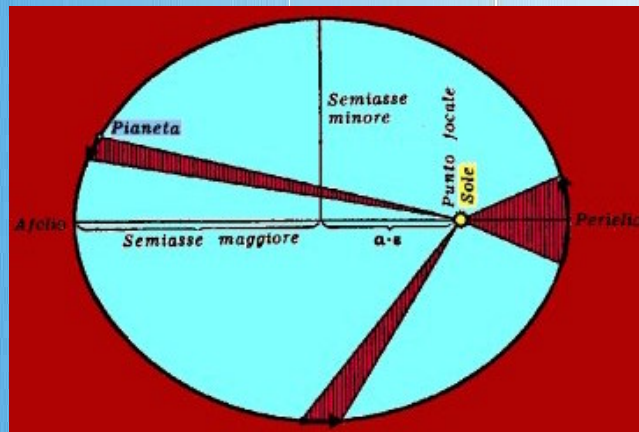
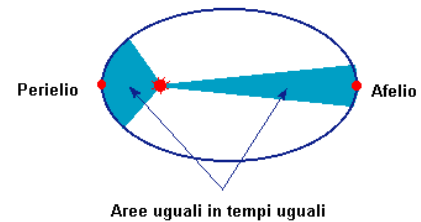
- I pianeti si muovono su orbite poco eccentriche, in prima approssimazione assimilabili a circonferenze



# II LEGGE di KEPLERO

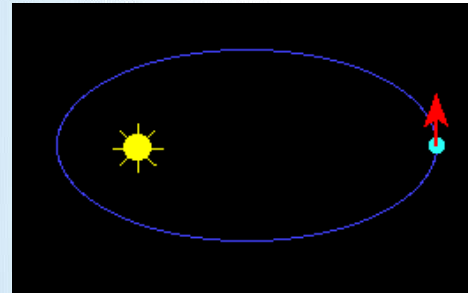
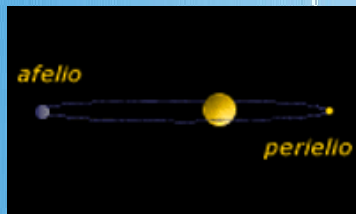
La seconda legge, detta legge delle aree, riguarda la velocità di rivoluzione dei pianeti lungo la loro orbita:

**Le aree descritte dal raggio vettore, sono proporzionali al tempo impiegato a descriverle**



# Osservazioni

La velocità di ciascun pianeta lungo la sua orbita non è **uniforme**, ma cambia a seconda della sua posizione: il pianeta sarà più veloce nei pressi del **perielio** e più lento nei pressi dell'**afelio**.



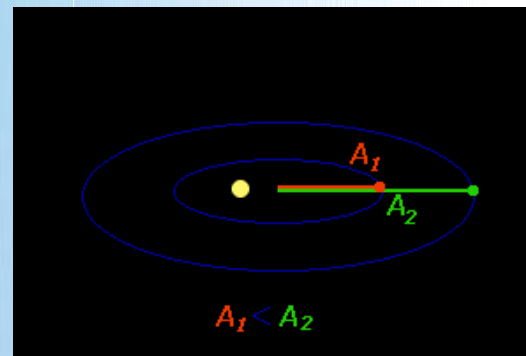
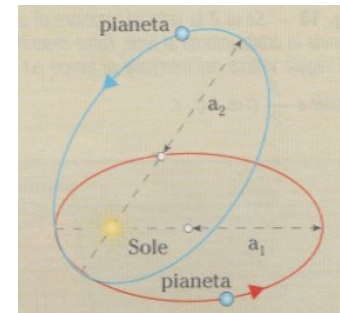
# III LEGGE di KEPLERO

La terza legge mette in relazione la distanza di un pianeta dal sole con il tempo necessario a percorrerne l'intera orbita:

**Il rapporto tra il quadrato dei tempi di rivoluzione dei pianeti e il cubo della loro distanza media dal Sole è costante:**

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

dove  $P_1$  e  $P_2$  sono periodi di rivoluzione di due pianeti e  $a_1$  e  $a_2$  sono i **semiassi maggiori** delle loro orbite.



# Osservazioni

- il periodo dei pianeti aumenta velocemente all'aumentare del raggio dell'orbita e dunque con la distanza dal sole,
- per ogni pianeta la velocità media di rivoluzione è tanto minore quanto più esso è lontano dal Sole

il pianeta più lento è **Plutone**

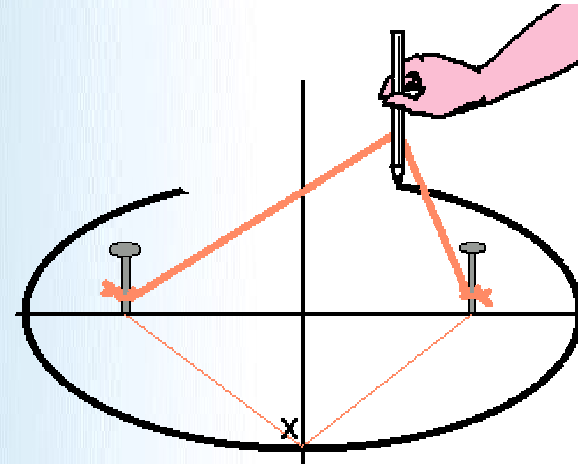


il pianeta più veloce è **Mercurio**

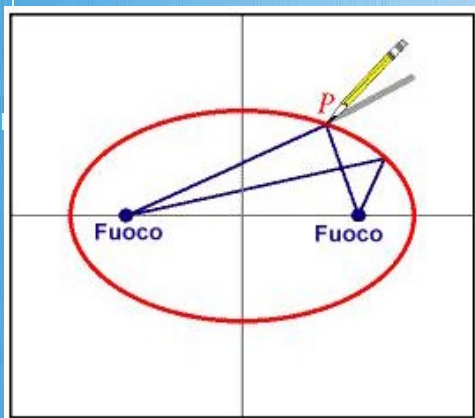


# ELLISSE

L'**ellisse**, è una curva chiusa ottenuta ,  
sperimentalmente,dall'insieme dei punti  
che si tracciano tenendo teso un anello  
di spago inestensibile, legato a due  
puntine da disegno, fissate su un foglio  
di carta.



I punti occupati dalle puntine da disegno  
vengono chiamati **fuochi**



**Osservazioni:** al variare della distanza  
dei due fuochi la forma dell'ellisse varia:

- all'aumentare della distanza l'ellisse  
risulta "schiacciata";
- al diminuire della distanza l'ellisse  
risulta "arrotondata"



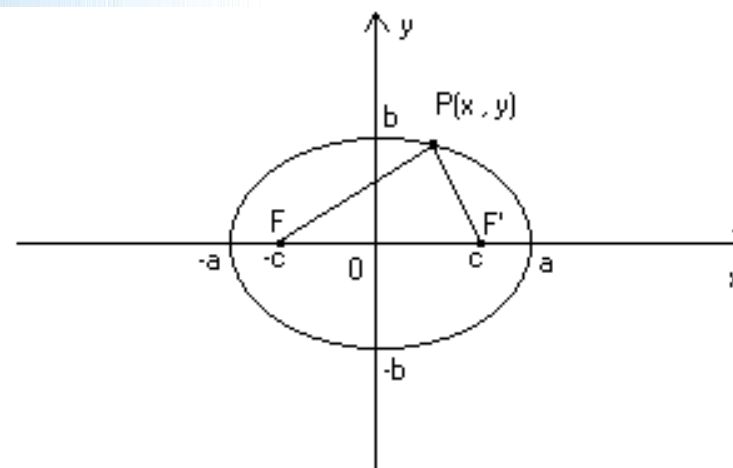
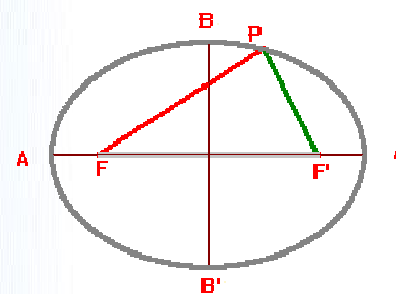
# ELLISSE nel PIANO CARTESIANO

L' **ellisse** è il luogo dei punti del piano per i quali è costante la somma delle distanze da due punti fissi,  $F$  e  $F'$ , detti **fuochi**

Fissato un sistema di riferimento cartesiano con l'asse delle ascisse coincidente con la retta passante per  $F$  e  $F'$ , e con centro l'origine  $O$ , indicata la distanza focale con  $2c$ , si avrà  $F(-c,0)$  e  $F'(c,0)$ .

Indicata con  $2a$  la somma costante delle distanze dei punti dell'ellisse dai fuochi, per la condizione di appartenenza di un generico punto  $P(x,y)$  all'ellisse si avrà  $PF + PF' = 2a$ , ossia

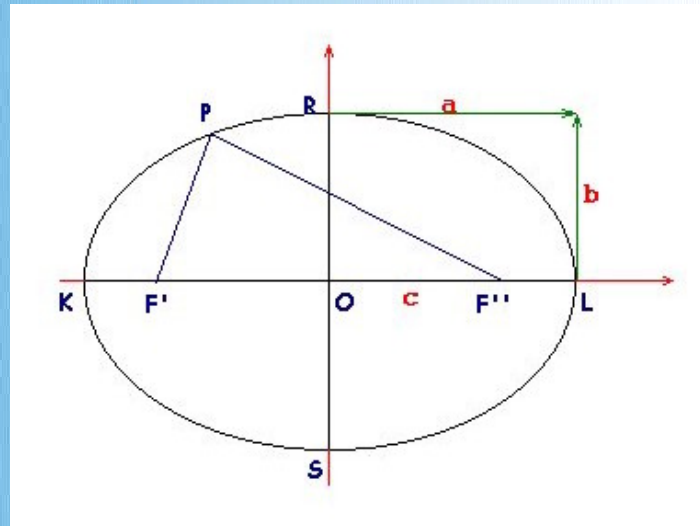
$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$



che risolvendo, e ponendo  $b^2 = a^2 - c^2$  si avrà l'equazione dell'ellisse in forma canonica

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Il parametro  $a$  è il **semiasse maggiore**, il parametro  $b$ , è il **semiasse minore**



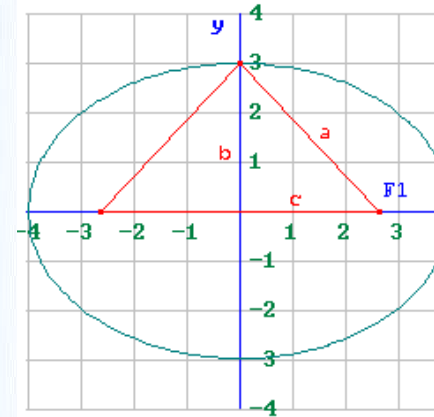
# ECCENTRICITA'

Il rapporto tra la distanza di un fuoco dal centro dell'ellisse e la lunghezza del semiasse maggiore è detto **eccentricità** dell'ellisse perché misura lo "schiacciamento" dell'ellisse

oppure

$$e := \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

$$e = \frac{c}{a}$$



Pianeta	Eccentricità
Mercurio	0.206
Venere	0.007
Terra	0.017
Marte	0.093
Giove	0.048
Saturno	0.056
Urano	0.047
Nettuno	0.009
Plutone	0.249



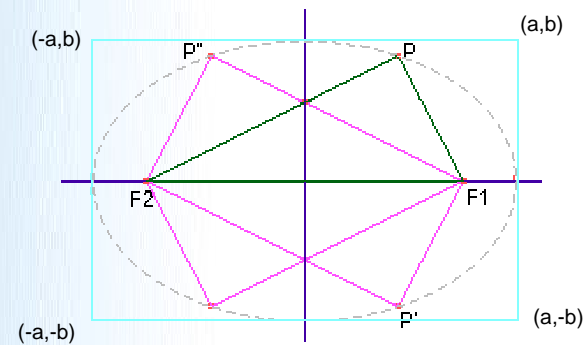
# OSSERVAZIONI

Calcolando le intersezioni dell'ellisse con gli assi cartesiani

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm a \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm b \\ x = 0 \end{cases}$$

si può dedurre che l'ellisse è contenuta nel rettangolo di vertici  $(a,b)$ ,  $(a,-b)$ ,  $(-a,-b)$ ,  $(-a,b)$ .



# Osservazioni

L'ellisse è una curva algebrica di secondo ordine cioè è una **conica**

Nel piano, una conica è un insieme di punti la cui distanza da un punto fisso, detto **fuoco**, è in rapporto costante con la distanza da una retta assegnata, esterna al fuoco, detta **direttrice**.

Tale rapporto esprime l'**eccentricità** della conica, indicata con **e**.

Detto  $P$  un punto generico,  $Q$  la proiezione del punto  $P$  sulla direttrice, e  $F$  il fuoco, il punto  $P$  appartiene alla conica se e solo se  $[FP] = e [QP]$ .

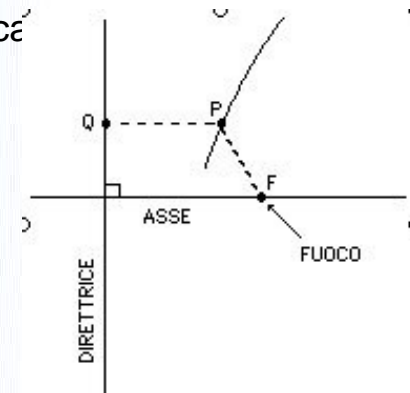
Se  $e = 0$ , la conica è una **circonferenza**;

se  $0 < e < 1$ , la conica è un'**ellisse**

se  $e = 1$  la conica è una **parabola**;

se  $e > 1$ , è un'**iperbole**

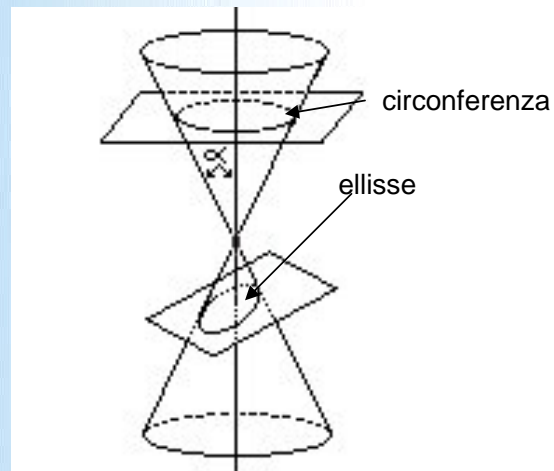
se  $e > 1$ , la conica è un'**iperbole**.



# Osservazioni

L'**ellisse** può essere definita anche come la sezione piana di un cono di rotazione, indefinito, con un piano non parallelo alla generatrice e incidente l'asse del cono.

Se il piano secante è perpendicolare all'asse del cono, l'intersezione definisce una **circonferenza**, che si può considerare come una forma degenera di ellisse.



# L'orbita

L'**orbita** è la traiettoria che un corpo celeste percorre quando subisce l'attrazione gravitazionale di un altro corpo.

Le orbite sono caratterizzate da alcuni parametri, gli **elementi orbitali**, che permettono di seguire in ogni istante il moto di ogni corpo rispetto al Sole.

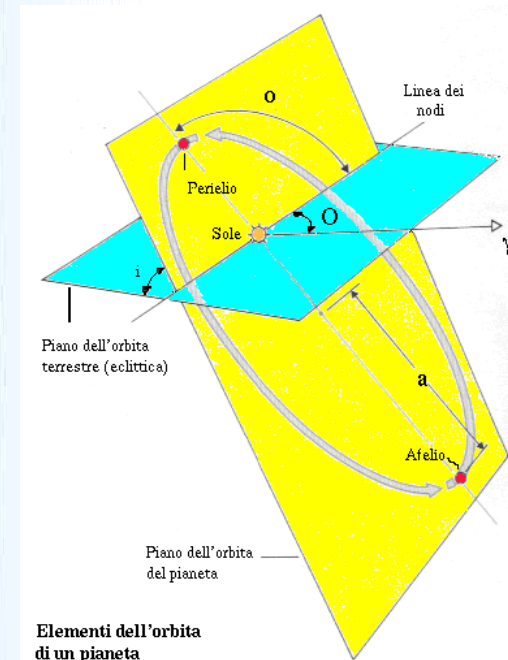
Le orbite sono descritte rispetto ad un piano di riferimento, che per i pianeti è il piano dell'orbita terrestre, ossia l'**eclittica**.

I **nodi** sono i punti in cui l'orbita interseca il piano di riferimento;

-il **nodo ascendente** è definito dal passaggio da posizioni al di sotto del piano di riferimento (negative) a posizioni al di sopra del piano di riferimento (positive);

-il **nodo discendente** è definito come il punto di passaggio da posizioni positive a posizioni negative

la **linea dei nodi** è la linea che congiunge i nodi



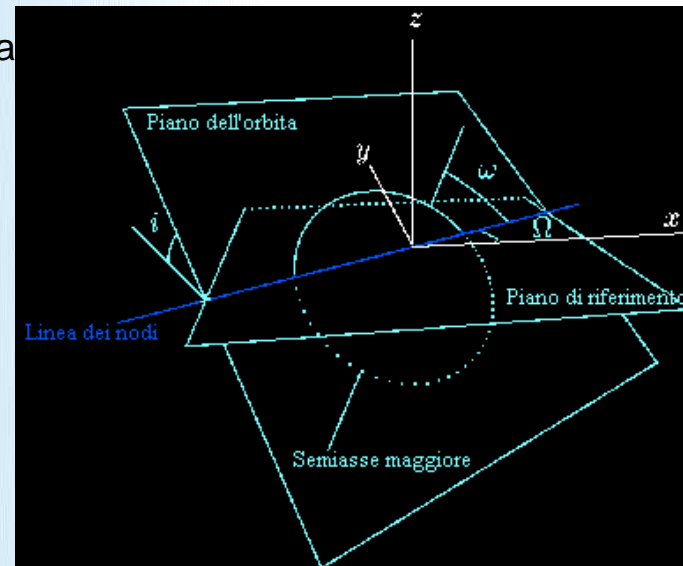
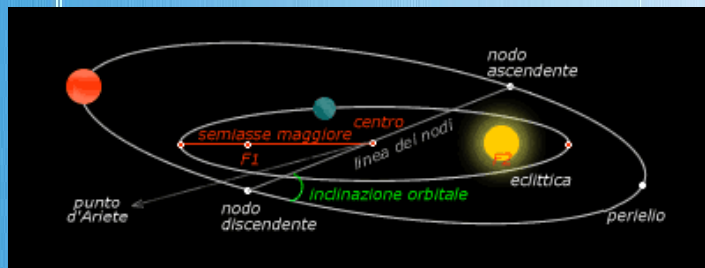
Elementi dell'orbita di un pianeta



# Elementi orbitali

In definitiva, gli **elementi orbitali**, necessari a definire un'orbita, sono:

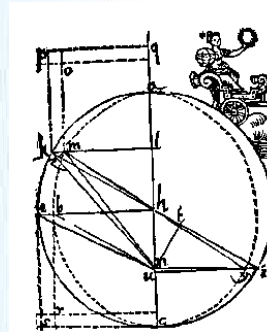
- **il semiasse maggiore:  $a$**
- **l'eccentricità:  $e$**
- **l'inclinazione:  $i$**  (l'angolo  $i$  tra il piano dell'orbita e l'eclittica)
- **la longitudine del nodo ascendente:  $O$**  (l'angolo compreso fra il punto d'Ariete e quel punto dell'orbita ove avviene il transito di ogni corpo dal Sud al Nord dell'eclittica)
- **la distanza angolare tra perielio e nodo ascendente**
- **l'istante  $T$  del passaggio al perielio**





**Keplero**, nato a Württemberg nel 1571, quasi un secolo dopo [Copernico](#), è considerato il fondatore della fisica astronomica.

Fu allievo dell'astronomo danese **Tycho Brahe**, dal quale fu incaricato a risolvere il problema della determinazione dell'orbita di **Marte**.



Keplero, avvalendosi dei dati raccolti da Tycho Brahe e di ulteriori e più accurate osservazioni astronomiche, riaffermò la teoria eliocentrica, e giunse a formulare le leggi che descrivono il moto dei pianeti intorno al sole.



# COPERNICO



**Copernico** fu fautore della teoria **eliocentrica** secondo cui il sole è al centro dell'universo e la Terra è un semplice pianeta, come gli altri, orbitante, intorno al Sole ,di moto circolare uniforme.

L'ipotesi di Copernico relativa al moto planetario incontrò notevoli resistenze nel mondo scientifico dell'epoca.

**Osservazioni:** Oggi sappiamo che il Sole non è al centro dell'universo, ma è solo una delle tante stelle della nostra galassia, e questa, a sua volta, è solo una delle tante galassie che lo popolano.



# Osservazioni

Le **leggi di Keplero** codificano efficacemente le osservazioni sperimentali relative al moto dei pianeti, ma non spiegano la dinamica di tale moto.

Soltanto più tardi, nel 1688, **Isaac Newton**, enunciando la **legge di gravitazione universale**, secondo cui, *ogni corpo esercita su ogni altro corpo una forza attrattiva che ha per direzione la retta che congiunge i due corpi e la cui intensità è direttamente proporzionale al prodotto delle loro masse e inversamente proporzionale al quadrato delle loro distanze*, dimostrò che i pianeti risentono dell'attrazione gravitazionale del Sole.

In tale prospettiva le leggi di Keplero non sono altro che una conseguenza della legge di gravitazione universale



# Osservazioni

- Nella realtà, il problema della cinematica del sistema solare è molto più complicato: ogni pianeta risente anche dell'attrazione gravitazionale degli altri pianeti (è un problema a  $n$  corpi).

Inoltre, esistono dei fenomeni perturbativi che su lunga scala possono influenzare il moto dei pianeti (il **fenomeno delle risonanze...**)

Il moto, dunque, non è perfettamente descritto dalle leggi di Keplero e subisce delle variazioni su lunghi tempi (chiamate **perturbazioni secolari**)..

Oggi grazie ai computer, l'orbita dei pianeti è perfettamente **simulata** su lunghissimi periodi.

